



## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

---

### Matemàtiques

#### Sèrie 3

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Digueu per a quin valor del paràmetre  $m$  els plans

$$\pi_1: x - y + mz = 1, \pi_2: x - y + z = m \text{ i } \pi_3: my + 2z = 3$$

tenen com a intersecció una recta.

[2 punts]

2. Donades la recta  $y = 3x + b$  i la paràbola  $y = x^2$ ,
- a)** Calculeu l'abscissa del punt on la recta tangent a la paràbola és paral·lela a la recta donada.
- b)** Calculeu el valor del paràmetre  $b$  perquè la recta sigui tangent a la paràbola.

[1 punt per apartat]

3. Donats el pla  $\pi: x - y + 2z - 5 = 0$  i la recta  $r: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + z = 10 \end{cases}$ ,

**a)** Calculeu el punt d'intersecció entre el pla i la recta.

**b)** Trobeu l'equació contínua de la recta  $s$  continguda en el pla  $\pi$ , que és perpendicular a la recta  $r$  i talla la recta  $r$ .

[1 punt per apartat]

4. Donades les matrius  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,

**a)** Comproveu que es compleix la igualtat  $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ .

**b)** És certa aquesta igualtat per a qualsevol parell de matrius quadrades  $A$  i  $B$  del mateix ordre? Responen raonadament utilitzant les propietats generals de les operacions entre matrius, sense utilitzar matrius  $A$  i  $B$  concretes.

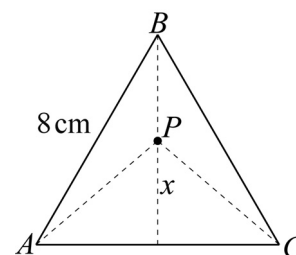
[1 punt per apartat]

5. Un triangle equilàter de vèrtexs  $A$ ,  $B$  i  $C$  té els costats de 8 cm. Situem un punt  $P$  sobre una de les altures del triangle, a una distància  $x$  de la base corresponent.

**a)** Calculeu l'altura del triangle de vèrtexs  $A$ ,  $B$  i  $C$ .

**b)** Indiqueu la distància del punt  $P$  a cadascun dels vèrtexs (en funció de  $x$ ).

**c)** Determineu el valor de  $x$  perquè la suma dels quadrats de les distàncies del punt  $P$  a cadascun dels tres vèrtexs sigui mínima.



[0,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b; 1 punt per l'apartat c]

6. Donats els punts  $P = (1, 0, 0)$ ,  $Q = (0, 2, 0)$ ,  $R = (0, 0, 3)$  i  $S = (1, 2, 3)$ ,

**a)** Calculeu l'equació cartesiana (és a dir, de la forma  $Ax + By + Cz + D = 0$ ) del pla que conté els punts  $P$ ,  $Q$  i  $R$ .

**b)** Comproveu si els quatre punts són coplanaris (és a dir, si els quatre estan continguts en un mateix pla).

[1 punt per apartat]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

### Matemàtiques

#### Sèrie 1

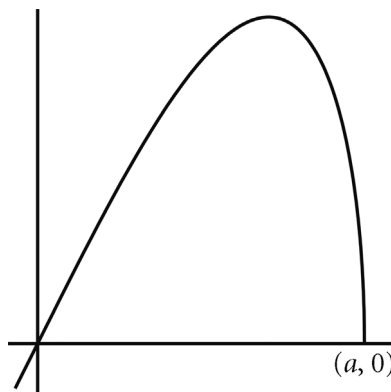
Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

- Donats els plans  $\pi_1: 3x + y - 2z + 15 = 0$  i  $\pi_2: x + y + 2z - 103 = 0$ ,
  - Comproveu que són perpendiculars.
  - Calculeu l'equació cartesiana (és a dir, de la forma  $Ax + By + Cz + D = 0$ ) del pla perpendicular a  $\pi_1$  i  $\pi_2$ , que passa pel punt  $P = (1, 3, 2)$ .[1 punt per cada apartat]

- La gràfica de la funció  $f(x) = x\sqrt{9 - x^2}$  és la següent:



- Trobeu el punt de tall,  $(a, 0)$ , de la funció amb la part positiva de l'eix OX.
- Calculeu l'àrea del recinte limitat per la gràfica de  $f(x)$  i l'eix OX en el primer quadrant.

[0,5 punts per l'apartat a; 1,5 punts per l'apartat b]

3. Sigui  $A$  una matriu quadrada d'ordre  $n$  de manera que  $A^2 = O$ , en què  $O$  és la matriu nul·la (la formada completament per zeros).

a) Comproveu que  $(A + I_n)^2 = 2A + I_n$ .

b) Comproveu que les matrius  $B = I_n - A$  i  $C = A + I_n$  són l'una inversa de l'altra.

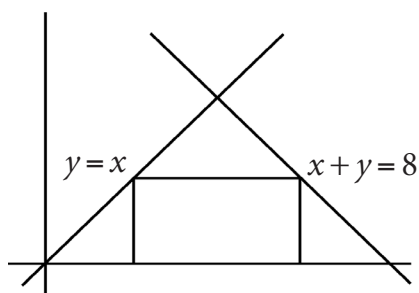
[1 punt per cada apartat]

4. Un rectangle és inscrit en el triangle que té els costats en les rectes d'equacions

$$y = x, \quad x + y = 8, \quad y = 0,$$

i té un costat sobre la recta  $y = 0$ . Trobeu-ne els vèrtexs perquè la superfície sigui màxima.

[2 punts]



5. Contesteu les preguntes següents:

a) Expliqueu raonadament si una matriu d'ordre 3 i una matriu d'ordre 2 poden tenir el mateix determinant.

b) Considereu les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & p \\ 1 & 1-p & 2 \\ 1 & 2 & p \end{pmatrix} \text{ i } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & p \\ 0 & p & 4 \end{pmatrix}$$

Calculeu, si és possible, el valor del paràmetre  $p$  perquè  $\det A = \det B$ .

[1 punt per cada apartat]

6. Siguin  $\pi: x - 3y + 2z = 1$  i  $r: \begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x - y + mz = 1 \end{cases}$ . Estudieu-ne la posició relativa segons

el valor del paràmetre  $m$ .

[2 punts]

